GOVERNMENT DEGREE COLLEGE (A), NAGARI

Department of Mathematics

SEMESTER – II
Course – 3: DIFFERENTIAL EQUATIONS

MODEL QUESTION PAPER

Time: 3 Hrs. **Max. Marks: 75M**

PART – A

Answer the following questions. Each question carries 1 mark 1 x 10 = 10 M

1. In which solution the order of given differential equation is equal to number of arbitrary constants?
2. If $M\,dx+N\,dy=0$ is a homogeneous differential equation, then I.F. is ----
3. Find the I.F. of $\frac{dy}{dx}+\frac{1}{x}y=x^2$
4. If each member of a given family of curves cuts every other member of the family at right angles, then the given family of curves is said to be ----
5. The differential equation of the form $y=xp+f(p)$ is called ----
6. In $f(D)y=Q$, the equation $f(m)=0$ is called -----
7. The C.F. of $(D^2+4D+5)y=13e^x$
8. Find the particular integral of $\frac{1}{(D-2)(D-3)}e^{2x}$
9. The P.I. of $(D^2+4)y=\cos 2x$
10. In variation of parameters A = ----

PART – B

Answer any FIVE from the following. Each question carries 5 marks 5 x 5 = 25 M

11. Solve $(e^y+1)\cos x\,dx+e^y\sin x\,dy=0$
12. Solve $(1+x^2)\frac{dy}{dx}+2xy-4x^2=0$
13. Solve $p^2-7p+10=0$
14. Find the orthogonal trajectories of the family of curves $y=ax^n$, where ‘a’ is the parameter.

15. Solve $\frac{d^3y}{dx^3}+y=0$

16. Solve $\left(D^2-1\right)y=\cos x$

17. Solve $\left(D^2-4\right)y=x^2$

18. Solve $\frac{d^2y}{dx^2}-6\frac{dy}{dx}+13y=8e^{3x}\sin 2x$

19. Solve $\left(x^2D^2-xD+1\right)y=\log x$

20. Solve $\left(D^2+1\right)y=\operatorname{cosec} x$ by the method of variation of parameter

PART – C

Answer any FOUR from the following. Each question carries 10 marks 4 x 10 = 40 M

21. Solve $\frac{dy}{dx}+\frac{y}{x}=y^2x\sin x$

22. Solve $x^2y\,dx-\left(x^3+y^3\right)dy=0$

23. Find the orthogonal trajectories of the family of curves $x^{2/3}+y^{2/3}=a^{2/3}$, where 'a' is the parameter.

24. Solve $p^2+2py\cot x=y^2$

25. Solve $\left(D^2-4\right)y=e^x+\sin 2x+\cos^2 x$

26. Solve $\left(D^2-2D+1\right)y=xe^x\sin x$

27. Solve $x^2\frac{d^2y}{dx^2}-3x\frac{dy}{dx}+5y=x^2\sin\left(\log x\right)$

28. Solve $\left(D^2+a^2\right)y=\tan ax$ by the method of variation of parameter

GOVERNMENT DEGREE COLLEGE (A),
NAGARI
Department of Mathematics

SEMESTER – II
Course – 4: ANALYTICAL SOLID GEOMETRY

MODEL QUESTION PAPER

Time: 3 Hrs. **Max. Marks: 75M**

PART – A

Answer the following questions. Each question carries 1 mark 1 x 10 = 10 M

1. In normal form of the plane equation 'p' indicates -----
2. What is the condition for an equation represents the pair of planes?
3. The general form of two planes combinedly represents ------
4. Any point of the line $\frac{x-x_1}{l}=\frac{y-y_1}{m}=\frac{z-z_1}{n}$ is -------
5. The general form of the sphere equation is------
6. The intersection of sphere and a plane represents ---------
7. The two spheres cut orthogonally then the condition is-------
8. The two spheres tough externally then the condition is-----
9. The homogeneous equation in x, y, z represents -----
10. How many generators having a cone?

PART – B

Answer any FIVE from the following. Each question carries 5 marks 5 x 5 = 25 M

11. Find the angles between the planes $2x-3y-6z=6$ and $6x+3y-2z=18$
12. Find the equation of the plane through the line of intersection of the planes $x-3y+2z+3=0$ $3x-y-2z-5=0$ and through the origin.
13. Find k so that the lines $\frac{x+1}{-3}=\frac{y+2}{2k}=\frac{z-3}{2}$ and $\frac{x-1}{3k}=\frac{y+5}{1}=\frac{z+6}{7}$ are perpendicular
14. Find the image of the point $P(1,3,4)$ in the plane $2x-y+z+3=0$
15. Find the centre and radius of the sphere $x^2+y^2+z^2-6x+2y-4z+14=0$
16. Find the equation of the sphere for which the circle $x^2+y^2+z^2+7y-2z+2=0$, $2x+3y+4z=8$ is a great circle.

17. Show that the plane $2x-2y+z+12=0$ touches the sphere $x^2+y^2+z^2-2x-4y+2z-3=0$ and find the point of contact.

18. If r_1 and r_2 are the radii of two orthogonal spheres then show that the radius of the circle of their intersection is $\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2+r_2^2}}$

19. Find the equation of the quadric cone which passes through the coordinate axes and the three lines $\frac{x}{3}=\frac{y}{5}=\frac{z}{1}$, $\frac{x}{1}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{2}$ and $\frac{x}{-11}=\frac{y}{5}=\frac{z}{8}$

20. Find the vertex of the cone $x^2-2y^2+3z^2-4xy+5yz-6zx+8x-19y-2z-20=0$

PART – C

Answer any FOUR from the following. Each question carries 10 marks 4 x 10 = 40 M

21. Show that the points are coplanar $(-6,3,2)$, $(-13,17,-1)$, $(3,-2,4)$, $(5,7,3)$

22. Show that the equation $x^2+4y^2+9z^2-12yz-6zx+4xy+5x+10y-15z+6=0$ represents a pair of parallel planes and find the distance between them

23. Prove that the lines $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{3}=\frac{z-3}{4}$ and $\frac{x-2}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-4}{5}$ are coplanar. Also find their point of intersection and the plane containing the lines.

24. Find the length and the equations of the S.D. between the lines $\frac{x-2}{3}=\frac{y-3}{4}=\frac{z-1}{2}$, $\frac{x-4}{4}=\frac{y-5}{5}=\frac{z-2}{3}$

25. A sphere of constant distant radius $'k'$ passes through the origin and intersects the axes in A,B,C. Prove that the centroid of the ΔABC lies on the sphere $9\left(x^2+y^2+z^2\right)=4k^2$

26. Find the limiting points of the coaxial system of spheres of which two members are $x^2+y^2+z^2+3x-3y+6=0$, $x^2+y^2+z^2-6y-6z+6=0$

27. Prove that the angle between the lines of intersection of the plane $x+y+z=0$ and the cone $ayz+bzx+cxy=0$ is $\frac{\pi}{3}$ if, $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}=0$ and $\frac{\pi}{2}$ if, $a+b+c=0$

28. Find the equation of the right circular cone whose vertex is $P(2,-3,5)$ axis PQ which makes equal angles with the axes and semi vertical angle 30^0

[Total No. of Pages : 3

1-4-112(A)-R20

THREE YEAR B.A./ B.Sc. / DEGREE EXAMINATION, JUNE/JULY - 2024

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

FOURTH SEMESTER

PART - II : MATHEMATICS

PAPER-IV : REAL ANALYSIS

(Under CBCS New Regulation w.e.f the academic year 2021-22)

Time : 3 Hours **Max. Marks : 75**

SECTION - A

Answer any Five of the following questions. **(5×5=25)**

1. Prove that a convergent sequence have a unique limit. P54

   అభిసరించే అనుక్రమం యొక్క అవధి ఏకైకం అని నిరూపించండి.

2. Show that $\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n^2+1}+\frac{1}{n^2+2^2}+\ldots+\frac{1}{2n^2}\right)=0$ అని చూపండి.

3. Test the convergence of the series $\sum_{n=4}^{\infty}\frac{1}{n(\log n)(\log\log n)}$. P95. Prob 14 (b) | P.6.4.7 - sch

   $\sum_{n=4}^{\infty}\frac{1}{n(\log n)(\log\log n)}$ శ్రేణి అభిసరణతను పరీక్షించండి.

4. If a series $\sum a_n$ converges, then show that $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$. P96. The. 3.7.3.

   $\sum a_n$ శ్రేణి అభిసరిస్తే, $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$ అని చూపండి.

5. Let f be a continuous real valued function defined on (a,b) such that $f(r)=0$ for every rational $r\ in (a,b)$. Then show that $f(x)=0\ for\ all\ x\in(a,b)$. P. 125 P. 12

   f అనేది (a,b) లోని ప్రతి అకరణీయ సంఖ్య r కు $f(r)=0$ అయ్యే అవిచ్ఛిన్న వాస్తవ మూల్య ప్రమేయం అనుకోండి. ప్రతి $x\in(a,b)$కు $f(x)=0$ అని చూపండి.

6. Prove that, if f is differentiable at a point a, then f is continuous at a.

   f, a వద్ద అవకలనీయం అయితే, అపుడు f, a వద్ద అవిచ్ఛినం అని నిరూపించండి.

7. Find the upper and lower Darboux sums for the function f defined in $[a,b]$ by $f(x)=1$ for rational x in $[a,b]$ and $f(x)=0$ for irrational x in $[a,b]$.

f ను $[a,b]$ లోని ప్రతి అకరణీయ సంఖ్య x కు $f(x)=1$ మరియు ప్రతి కరణీయ సంఖ్య x కు $f(x)=0$ గా నిర్వచిస్తే, అపుడు f యొక్క ఎగువ మరియు దిగువ డార్బొ ఎక్స్ మొత్తాలను కనుగొనండి.

8. Show that every continuous function on [a, b] is Riemann integrable.

[a, b] పై నిర్వచించబడిన ప్రతి అవిచ్ఛిన్న ప్రమేయం, రీమాన్ సమాకలనం అని చూపండి.

SECTION - B

Answer ALL questions. **(5×10=50)**

9. a) Let (S_n) be a sequence of nonnegative real numbers and suppose $s=\lim s_n$. Then prove that, $\lim\sqrt{s_n}=\sqrt{s}$. P 66 - The. 3.2.10.

(S_n) అనేది ఋణేతర వాస్తవ సంఖ్యల అనుక్రమం మరియు $s=\lim s_n$ అనుకొనుము. అపుడు, $\lim\sqrt{s_n}=\sqrt{s}$ అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Prove that, every bounded monotone sequence is convergent.

ప్రతి పరిబద్ధ ఏకాధిష్ట అనుక్రమం అభిసరిస్తుంది, అని నిరూపించండి.

10. a) Show that a series of the form $\sum_{k=0}^{\infty} ar^k$ is convergent provided, $a\in R$ and $|r|<1$. P 90 3.7.2

$a\in R$ మరియు $|r|<1$ అయినపుడు, $\sum_{k=0}^{\infty} ar^k$ శ్రేణి అభిసరిస్తుంది, అని చూపండి.

(OR/లేదా)

b) State and prove D'- Alemberts Test for series.

శ్రేణుల డీ-ఆలంబర్ట్స్ నిష్పత్తి పరీక్షను ప్రవచించి, నిరూపించండి.

11. a) Let f be a real valued continuous function defined on an interval I and a,b $\in I$ and $y\in R$ such that $f(a)<y<f(b)$ or $f(b)<y<f(a)$. Then prove that, there exists at least one x in (a,b) such that $f(x)=y$. P 133 . The . 5.3.7

f అనేది a,b $\in I$ మరియు $y\in R$ లకు $f(a)<y<f(b)$ లేక $f(b)<y<f(a)$ అయ్యే విధంగా అంతరం I పై నిర్వచించబడిన అవిచ్ఛిన్న వాస్తవ మూల్య ప్రమేయం అనుకొనుము. అపుడు, (a,b) లో కనీసం ఒక x, $f(x)=y$ అయ్యే విధంగా వ్యవస్థితం అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Show that the function $f(x)=x^2$ is uniformly continuous on [a,b].

$f(x)=x^2$ ప్రమేయం [a,b] పై ఏకరూప అవిచ్ఛిన్నం అని చూపండి.

12. a) State Lagrange's theorem, and show that $|\cos x - \cos y| \le |x - y|$ for all $x, y \in R$.

లెగ్రాంజ్ సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి, ప్రతి $x, y \in R$ లకు $|\cos x - \cos y| \le |x - y|$ అని చూపండి.

(OR/లేదా)

b) State and prove Cauchy's Mean value theorem.

కోషి మధ్య మూల్య సిద్ధాంతాన్ని ప్రవచించి, నిరూపించండి.

13. a) If f is integrable on [a,b], then prove that $|f|$ is integrable on [a,b] and $\left|\int_a^b f\right| \le \int_a^b |f|$.

f, [a,b] పై సమాకలనం అయితే, అపుడు $|f|$, [a,b] పై సమాకలనం మరియు $\left|\int_a^b f\right| \le \int_a^b |f|$ అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Show that $\left|\int_{-2\pi}^{2\pi} x^2 \sin^8(e^x)dx\right| \le \frac{16\pi^3}{3}$ అని చూపండి.

THREE YEAR B.A./ B.Sc. / DEGREE EXAMINATION, JUNE/JULY - 2024

CHOICE BASED CREDIT SYSTEM

FOURTH SEMESTER

PART - II : MATHEMATICS

PAPER-V : Linear Algebra (రుజు బీజగణితం)

(Under CBCS New Regulation w.e.f the academic year 2021-22)

Time : 3 Hours **Max. Marks : 75**

SECTION - A

Short Answer Questions

Answer any Five questions. **(5×5=25)**

ఏవైనా ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయండి.

1. Prove that the intersection of two subspaces of a vector space is again a subspace.

   ఒక సదిశాంతరాళం యొక్క రెండు ఉపాంతరాళాల చ్ఛేదనం, ఉపాంతరాళం అని నిరూపించండి.

2. Show that the set $\{\alpha+\beta, \beta+\gamma, \gamma+\alpha\}$ is linearly independent if α, β and γ are linearly independent.

   α, β మరియు γ లు రుజు స్వతంత్ర సదిశలు అయితే, $\{\alpha+\beta, \beta+\gamma, \gamma+\alpha\}$ రుజు స్వతంత్ర సమితి అని చూపండి.

3. Find the coordinate vector of (3, -5, 4) relative to the basis $\beta = \{(1,0,3),(2,1,8),(1,-1,2)\}$.

   (3, -5, 4) నకు ఆధారం $\beta = \{(1,0,3),(2,1,8),(1,-1,2)\}$ దృష్ట్యా నిరూపక సదిశను కనుగొనండి.

4. Verify whether the transformation $T: R^2 \to R^2$ defind by $T(x, y) = (x+y, 4x+5y)$ is linear or not.

   $T: R^2 \to R^2$ ను $T(x, y) = (x+y, 4x+5y)$ గా నిర్వచిస్తే, T రుజు పరివర్తనం అగునో, కాదో సరిచూడండి.

5. Let $T: V \to W$ be a linear transformation. Then prove that null space of T is a subspace of V.

   $T: V \to W$ ఒక రుజు పరివర్తనం అనుకొనుము. T యొక్క శూన్యాంతరాళం, V కి ఉపాంతరాళం అని నిరూపించండి.

6. Let $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$. Express A^{-1} interms of A and Identity matrix (I).

$A=\begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{pmatrix}$ అనుకొనుము. మాత్రికా A^{-1} ను A మరియు తత్సమ మాత్రిక (I) లలో తెలపండి.

7. Find the eigen vectors of the matrix $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

మాత్రికా $A=\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ యొక్క లాక్షణిక సదిశలు కనుగొనండి.

8. State and prove triangle inequality for vectors.
సదిశల త్రిభుజ అసమానత్వాన్ని, ప్రవచించి నిరూపించండి.

SECTION - B

Answer ALL the questions. **(5×10=50)**

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానాలు వ్రాయండి.

9. a) Let V be the set of all real valued and real variable functions defined on a set D. Then show that, V is vector space with the usual addition and scalar multiplication of real valued functions.

V అనేది D పై నిర్వచించడిన వాస్తవ మూల్య మరియు వాస్తవ చలరాసుల ప్రమేయాల సమితి అనుకొనుము. వాస్తవ మూల్య ప్రమేయాల సాధారణ సంకలన మరియు ఆదిశ గుణకారాల దృష్ట్యా V సదిశాంతరాళం అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) If v_1 and v_2 are two vectors in a vector space V, then prove that W=Span $\{v_1, v_2\}$ is a subspace of V.

v_1 మరియు v_2 లు సదిశాంతరాళం V లో రెండు సదిశలు అయితే, అపుడు W=Span $\{v_1, v_2\}$ V కి ఉపాంతరాళం అని చూపండి.

10. a) Let $V(F)$ be a finite dimensional vector space and $S=\{\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n\}$ is a linearly independent subset of V. Then prove that either S is a basis of V or S can be extended to form a basis of V.

పరిమిత పరిమాణ సదిశాంతరాళం $V(F)$ నకు $S=\{\alpha_1, \alpha_2, ..., \alpha_n\}$ ఒక రుజు స్వతంత్ర 'V' ఉపసమితి అనుకొనుము. అప్పుడు S అనేది V యొక్క ఆధారమని లేదా S ని V యొక్క ఆధారం చేయడానికి విస్తరించవచ్చు అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Let $W = \{(a,b,c,d) : b - 2c + d = 0; a,b,c,d \in R\}$ be a subspace of a vector space R^4. Then find dim $\left(\frac{R^4}{W}\right)$.

$W = \{(a,b,c,d) : b - 2c + d = 0; a,b,c,d \in R\}$ అనేది సదిశాంతరాళం R^4 నకు ఉపాంతరాళం అనుకొనుము. అపుడు, dim $\left(\frac{R^4}{W}\right)$ ను కనుగొనండి.

11. a) Let T be a linear operator on R^3 defined by $T(x,y,z) = (3x+z, -2x+y, -x+2y+z)$. Then prove that T is invertible and find T^{-1}.

R^3 పై T యొక్క రుజు పరివర్తనను $T(x,y,z) = (3x+z, -2x+y, -x+2y+z)$ గా నిర్వచించారు అనుకొనుము. అపుడు, T విలోమ్యము అని చూపి, T^{-1} ను కనుగొనండి.

(OR/లేదా)

b) Let $T : R^3 \to R^2$ be the linear transformation defined by $T(x,y,z)=(x-y,x+z)$. Then find Rank and Nullity of T.

$T : R^3 \to R^2$ రుజు పరివర్తనను $T(x,y,z)=(x-y,x+z)$ గా నిర్వచిస్తే, T యొక్క కోటి మరియు శూన్యతలను కనుగొనండి.

12. a) Show that matrix $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ satisfies Cayley-Hamilton theorem.

మాత్రికా $A = \begin{pmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \end{pmatrix}$ కేలి హామిల్టన్ సిద్ధాంతాన్ని తృప్తిపరుస్తుంది అని నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Prove that the eigen vectors of distinct eigen values are linearly independent.

విభిన్న లాక్షణిక మూలాల, లాక్షణిక సదిశలు ఋజుస్వతంత్రాలు అని నిరూపించండి.

13. a) State and prove Schwartz inequality in an inner product space.

అంతర లబ్ధాన్తరం లోని స్క్వార్ట్జ్ అసమానతను ప్రవచించి, నిరూపించండి.

(OR/లేదా)

b) Explain Gram-Schmidt orthonormalization process.

గ్రామిస్మిత్ లంబాభి లంబ ప్రక్రియను వివరించండి.